

文章编号 1004-924X(2006)04-0001-04

# 3-P-2SS 球平台机器人的运动传递性分析

金振林<sup>1, 2</sup>, 李研彪<sup>2</sup>

(1. 北京工业大学 机械工程与应用电子技术学院, 北京, 100022; 2. 燕山大学 机械工程学院, 秦皇岛, 066004)

**摘要:** 研究了一种新型的 3 自由度 3-P-2SS 球平台机器人的运动传递性及其在工作空间的分布规律。该机器人在坐标原点具有最佳的运动传递性能, 介绍其正交的结构布局特点, 基于其位置反解推导运动学传递方程, 定义其沿  $x$ 、 $y$  和  $z$  方向的运动传递能力评价指标, 给出这些评价指标在工作空间内的分布情况, 这对该种球平台机器人的合理任务规划很有帮助。

**关键词:** 三自由度球平台机器人; 运动传递性; 工作空间

中图分类号: TH112 文献标识码: A

## Kinematic transmission property of a novel 3-P-2SS spherical platform manipulator

JIN Zhen-lin<sup>1, 2</sup>, LI Yan-biao<sup>2</sup>

(1. School of Mechatronic Engineering Beijing University of Technology, Beijing 100022, China;  
2. School of Mechanical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

**Abstract:** The kinematic transmission property and distributions in work space of a novel 3-DOF 3-P-2SS spherical platform manipulator. Whose optimum kinematic transmission property is at the origin position were given. The orthogonal layout feature of the parallel manipulator is described and its kinematic transmission equations are developed based on its inverse displacement equations. The kinematic transmission indices of a 3-DOF 3-P-2SS spherical platform in direction of  $x$ 、 $y$  and  $z$  are defined, respectively so that the distributions of the indices in work space are given, which is significant for task planning of the manipulator.

**Key words:** 3-DOF spherical platform manipulator; kinematic transmission property; work space

## 1 引言

少自由度并联机器人已成功应用于现代工业中的许多场合。DELTA 机器人是最为典型的少自由度并联机器人, 它具有三个平动自由度。自

从 Clavel 提出了 DELTA 并联机器人以后<sup>[1]</sup>, 这种并联机器人引起众多学者们的广泛兴趣和关注<sup>[2-6]</sup>。本文研究的少自由度并联机器人, 是由 DELTA 机器人演绎而来的一种新颖的球平台机器人, 如图 1 所示, 安定平台、运动平台、和连接定平台、运动平台的三个 (P-2SS) 运动链分支组成

收稿日期: 2005-04-22; 修订日期: 2003-11-18.

基金项目: 中国博士后科学基金 (No. 2005037034)。

(P 代表直线移动副, S 代表球面副)。这种机器人与 DELTA 具有相同的运动学模型, 与直线移动副移动构件相连的三对球面副只作平移运动, 三个(P-2SS)运动链分支中的直线移动驱动副的轴线分别通过 R 球的球心, 且在空间两两互相垂直, 直线移动副为驱动副; 通过三个直线移动驱动副沿其轴线的驱动, 可以实现运动平台(r 球)在空间任意方向的平动。由于与三个(P-2SS)运动链分支对应的与运动平台相连的三对球面副的中心分布在半径为 r 的圆球表面上, 直线移动副与定平台的三个连结点分布在半径为 R 的圆球表面上, 所以称该机器人为球平台机器人。该机器人是三维平动微动机器人、并联结构传感器、并联机床和振动环境模拟台的理想结构原型<sup>[7]</sup>。本文推导该种机器人机构运动输入输出关系方程, 定义其运动传递各向同性评价指标和运动传递能力评价指标, 给出这些指标在工作空间内的分布情况, 这对该机器人的设计与实用化有重要意义。

## 2 运动学传递方程

如图 1 所示, 建立与运动台固接的坐标系 {P}:  $O'-x'y'z'$ , 原点  $O'$  位于运动平台(r 球)的球心, 三个坐标轴分别通过与运动平台相连的三对球铰点的连线中点; 在坐标系 {P} 中, 分支  $i$  与运动平台相连的 2 个球铰点  $A_{i1}$ 、 $A_{i2}$  空间位置矢量表示为  $A_{i1,P}$ 、 $A_{i2,P}$ 。建立与定平台固接的坐标系 {Q}:  $O-xyz$ , 其原点为定平台 R 球的球心, 三个坐标轴分别和三个直线移动驱动副的轴线重合; 在坐标系 {Q} 中, 参考点  $O'$  的空间位置矢量表示为  $\Gamma=(x \ y \ z)^T$ , 分支  $i$  与直线移动副相连

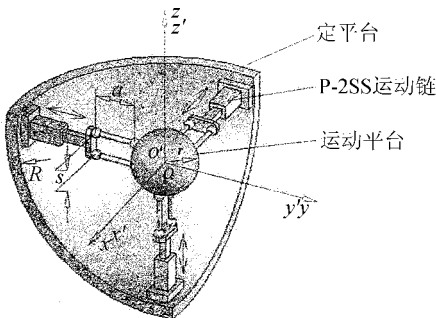


图 1 球平台机器人

Fig. 1 A novel spherical platform parallel robotic mechanism

的 2 个球铰点  $B_{i1}$ 、 $B_{i2}$  的空间位置矢量表示为  $B_{i1,Q}$ 、 $B_{i2,Q}$ , 球铰点  $A_{i1}$ 、 $A_{i2}$  空间位置矢量表示为  $A_{i1,Q}$ 、 $A_{i2,Q}$ 。机器人在初始位姿时, 坐标系 {P} 与 {Q} 重合。其中,  $A_{i1,P}$ 、 $A_{i2,P}$  和  $B_{i1,Q}$ 、 $B_{i2,Q}$  可由机器人几何参数和布局特点获得,  $A_{i1,Q}$ 、 $A_{i2,Q}$  可由下式坐标变换获得

$$\begin{cases} A_{i1,Q} = A_{i1,P} + \Gamma \\ A_{i2,Q} = A_{i2,P} + \Gamma \end{cases}, \quad (1)$$

由几何关系得反解计算方程

$$\begin{cases} (A_{i1,Q} - B_{i1,Q})^T (A_{i1,Q} - B_{i1,Q}) = a^2 \\ (A_{i2,Q} - B_{i2,Q})^T (A_{i2,Q} - B_{i2,Q}) = a^2 \end{cases}, \quad (2)$$

由机器人布局特点可知上式中的两组方程等价, 取上面一组整理可得该球平台机器人位置反解

$$\begin{cases} (\Delta u_1 - a - x)^2 + y^2 + z^2 = a^2 \\ (\Delta u_2 - a - y)^2 + x^2 + z^2 = a^2 \\ (\Delta u_3 - a - z)^2 + y^2 + x^2 = a^2 \end{cases}, \quad (3)$$

式中,  $a$  为分支的定长支柱长,  $\Delta u_i$  为直线移动驱动副  $i$  的输入位移,  $i=1\sim 3$ 。(3) 式两边对时间求导得:

$$\begin{cases} (\Delta u_1 - a - x)\dot{u}_1 = (\Delta u_1 - a - x)v_x - yv_y - zv_z \\ (\Delta u_2 - a - y)\dot{u}_2 = -xv_x + (\Delta u_2 - a - y)v_y - zv_z \\ (\Delta u_3 - a - z)\dot{u}_3 = -xv_x - yv_y + (\Delta u_3 - a - z)v_z \end{cases}, \quad (4)$$

整理并写成矩阵形式, 可得该球平台机器人的运动学传递方程:

$$v = \xi \dot{u}, \quad (5)$$

式中,  $\dot{u}$  为分支的输入速度矢量,  $v$  为运动台  $O'$  对  $O$  点的速度矢量,  $\xi \in R_{3 \times 3}$  为该球平台机器人的速度传递矩阵:

$$\xi = \begin{bmatrix} \kappa_1^T \\ \kappa_2^T \\ \kappa_3^T \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \kappa_1^T \eta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \kappa_2^T \eta_2 & 0 \\ 0 & 0 & \kappa_3^T \eta_3 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

式中,  $\dot{u} = (\dot{u}_1 \ \dot{u}_2 \ \dot{u}_3)^T$

$$v = (v_x \ v_y \ v_z)^T$$

$$\kappa_i = (A_{i1,Q} - B_{i1,Q})/a$$

$$\begin{cases} \eta_1 = (1 \ 0 \ 0) \\ \eta_2 = (0 \ 1 \ 0) \\ \eta_3 = (0 \ 0 \ 1) \end{cases}$$

## 3 运动传递性评价指标的定义与分布

由式(5)知该球平台机器人运动的输入与输

出之间传递关系取决于矩阵  $\xi$ ,不妨设

$$\dot{u}^T \dot{u} = 1, \quad (7)$$

该机器人不在奇异位姿时,有  $rank \xi = 3$ ,则综合式(5)~(7),可得

$$v^T (\xi \xi^T)^{-1} v = 1, \quad (8)$$

方程(8)表明,当分支的输入速度矢量  $\dot{u}$  的模为单位 1 时,  $v$  位于一个椭球上,该椭球的各主轴长度分别等于矩阵  $\xi$  的奇异值。设  $\sigma_{1v}$  和  $\sigma_{3v}$  分别为矩阵  $\xi$  的最大和最小奇异值,当  $\sigma_{1v} = \sigma_{3v}$  时,椭球变为圆球,此时该球平台机器人沿各个方向具有相同运动传递性能,即运动传递性能是各向同性的。因此,可定义  $\sigma_{3v}$  与  $\sigma_{1v}$  的比值为运动传递各向同性评价指标,记为  $k(v)$

$$k(v) = \sigma_{3v} / \sigma_{1v}, \quad (9)$$

由式(9)可知:  $0 \leq k(v) \leq 1$ 。机器人取得较大  $k(v)$  值的位置时,具有较好的运动传递各向同性性能<sup>[8]</sup>。

当已知球平台机器人的输出运动时,可由式(5)计算得出各分支的输入速度。定义当输出速度矢量为  $v = (1 \ 0 \ 0)^T$  时,分支输入速度矢量的分量绝对值的算术均值  $\text{mean} |\dot{u}_i|$  为该球平台机器人沿  $x$  方向的运动传递能力评价指标,记为  $k(\dot{u}_x)$ ,  $k(\dot{u}_x)$  的值越小,表明机器人沿  $x$  方向的运动传递能力越大。同理,可定义当输出速度矢量分别为  $v = (0 \ 1 \ 0)^T$  和  $v = (0 \ 0 \ 1)^T$  时,该机器人沿  $y$  和  $z$  方向的运动传递能力评价指标分别记为  $k(\dot{u}_y)$  和  $k(\dot{u}_z)$

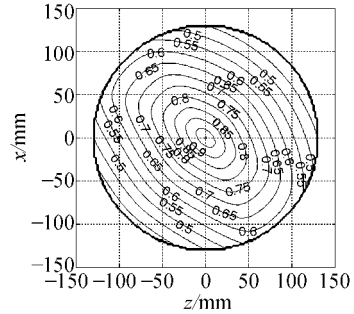
$$\begin{cases} k(\dot{u}_x) = \text{mean} |\dot{u}_i|, & \text{when } v = (1 \ 0 \ 0)^T \\ k(\dot{u}_y) = \text{mean} |\dot{u}_i|, & \text{when } v = (0 \ 1 \ 0)^T \\ k(\dot{u}_z) = \text{mean} |\dot{u}_i|, & \text{when } v = (0 \ 0 \ 1)^T \end{cases}, \quad (10)$$

式(6)~(10)表明这些评价指标在工作空间的不同位置可能对应不同的数值,因此,有必要研究评价指标在工作空间内的分布。该机器人的工作空间是满足约束条件的参考点  $O'$  点的集合。设机器人几何参数如表 1 所示,表中,  $R$  和  $r$  分别为定平台球半径和运动台球半径,  $a$  为定长支柱长,  $s$  为各对球铰点的距离,  $\rho_0$  为定长支柱径向最大尺寸,  $\Delta u_{i\max}$  和  $\Delta u_{i\min}$  分别为直线移动驱动副的输入位移最大值和最小值,  $\alpha_{i\max}$  为球铰  $A$  和  $B$  的最大摆角。由式(5)、(6)、(9)、(10)和表 1,可以绘制各评价指标在工作空间内的分布图。图 2 和图 3 分别为  $k(v)$  和  $k(\dot{u}_x)$  的等值线分布图。由分布图可知:

表 1 机器人的几何尺寸

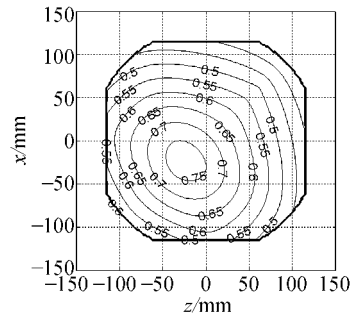
Tab. 1 Geometry of the robotic mechanism

$R$ (mm)	$r$ (mm)	$a$ (mm)	$s$ (mm)	$\rho_0$ (mm)	$\Delta u_{i\max}, \Delta u_{i\min}$ (mm)	$\alpha_{i\max}$ (°)
500	70	260	80	30	+140, -140	30



(a) 工作空间  $y=0$  截面

(a) Section of work space  $y=0$



(b) 工作空间  $y=60$  mm 截面

(b) Section of work space  $y=60$  mm

图 2 评价指标  $k(v)$  的分布

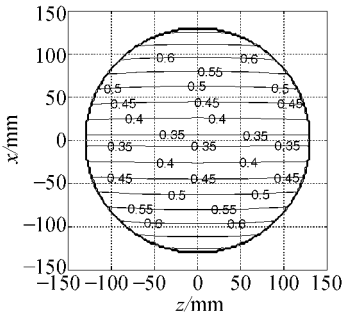
Fig. 2 Distributions of  $k(v)$

(1) 该机器人运动学传递各向同性指标在离坐标原点  $O$  越远的位置,其取值越大;在原点  $O$  位置其各向同性评价指标等于 1,是速度传递各向同性的,具有最佳的运动学各向同性性能。

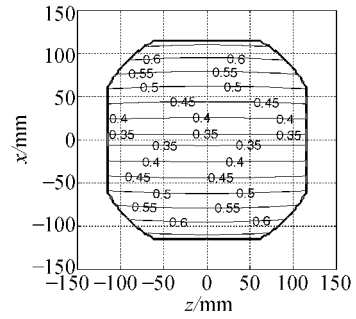
(2) 运动学传递各向同性指标在工作空间  $x=0, y=0, z=0$  截面具有相同的分布,且分别在  $x, y$  和  $z$  方向的变化相同。

(3) 该机器人沿  $x, y$  和  $z$  方向运动传递能力,分别在  $y=0, z=0, x=0$  截面内具有相同的分布。

(4) 在工作空间内,沿  $x$  方向的运动传递能力,在  $y$  和  $z$  方向的变化不明显;沿  $y$  方向的运动传递能力,在  $x$  和  $z$  方向的变化不明显;沿  $z$  方向的运动传递能力,在  $x$  和  $y$  方向的变化不明显。



(a) 工作空间  $y=0$  截面  
(a) Section of work space  $y=0$



(b) 工作空间  $y=60$  mm 截面  
(b) Section of work space  $y=60$  mm

图 3 评价指标  $k(\dot{u}_x)$  的分布

Fig. 3 Distributions of  $k(\dot{u}_x)$

## 4 结 论

(1) 分析表明: 该种新型 3 自由度球平台机器人的运动传递性能是随其末端件位置变化而变化的;

(2) 以等值线的形式给出运动传递各向同性

指标和运动传递能力评价指标在工作空间内的分布规律, 为该球平台机器人的方案设计和潜在的工业应用提供了理论依据;

(3) 该球平台机器人结构与装配工艺性好, 运动传递性能佳, 是三维平动微动机器人、并联结构传感器、并联机床和振动环境模拟台的理想原型。

## 参考文献:

- [1] CLAVEL R. Device for the movement and positioning of an element in space[P]. US Patent No. 4976582, 1990.
- [2] CHABLAT D, WENGER P. An interval analysis based study for the design and the comparison of three-degrees-of-freedom parallel kinematic machines[J]. *International Journal of Robotics Research*, 2004, 23(6): 615-624.
- [3] HUANG T, ZHAO X Y, ZHOU L H. Stiffness estimation of a parallel kinematic machine[J]. *Science in China, Ser. E*, 2001(44): 474-485.
- [4] DI GREGORIO, R. On the direct problem singularities of a class of 3-DOF parallel manipulators[J]. *Robotica*, 2004, 22(4) 389-394.
- [5] COMPANY O, PIERROT F. Modelling and design issues of a 3-axis parallel machine tool[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2002, 37(11): 1325-1345.
- [6] 毕树生, 宗光华. Delta 并联微操作手运动学的矢量法分析[J]. *北京航空航天大学学报*, 2003, 29(4): 340-343.  
BI SH SH, ZONG G H. Analysis of kinematics of Delta parallel micromanipulator with vector space method[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2003, 29(4): 340-343. (in Chinese)
- [7] 金振林, 高峰. 三自由度机械式振动环境试验平台[P]. 中国发明专利: 200410100962.0, 2004.  
JIN ZH L, GAO F. 3-DOF mechanical vibration test desk[P]. *China Patent*, No. 200410100962.0, 2004. (in Chinese)
- [8] 金振林, 高峰. 6-SPS 球平台并联机器人及其局部力和速度传递性分析[J]. *光学 精密工程*. 2001, 9(1): 63-66.  
JIN ZH L, GAO F. A 6-SPS spherical platform parallel robotic mechanism and analysis of its local properties of force and motion transmission[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2001, 9(1): 63-66. (in Chinese)

作者简介: 金振林(1962—), 男, 辽宁抚顺市人, 北京工业大学机械工程与应用电子技术学院博士后, 燕山大学机械工程学院教授, 从事并联机器人理论与应用技术方面的研究; 获得中国发明专利 6 项, 发表学术论文 30 余篇, 获河北省科技发明一、二等奖各 1 项;

李研彪(1978—), 男, 燕山大学机械工程学院研究生。